

7. 下列与二积分 $\int_1^2 dx \int_1^x xy dx$ 结果相同的是 ()。

A. $\int_1^2 dx \int_1^y xy dy$

B. $\int_1^2 dy \int_2^y xy dx$

C. $\int_1^2 dy \int_y^1 xy dx$

D. $\int_1^2 dy \int_y^2 xy dx$

8. 矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ 的非零特征值为 ()。

A. -1

B. 1

C. -3

D. 3

9. 若矩阵 A, B 满足 $AB=0$ (其中 0 为零矩阵), 则 ()。

A. 必有 $A=0$

B. 当 $B \neq 0$ 时, $A=0$

C. A, B 都有可能不是 0

D. A, B 至少有一个为 0

10. 设矩阵 A 为 3 阶方阵, 且 $|A|=2$, 则 $|2A^{-1}| = ()$ 。

A. -4

B. -1

C. 1

D. 4

二、填空题。

11. 根据 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 - \frac{3}{n^2}\right)^{n^2} =$ e 的 -3 次方。

12. 设 $f(x, y) = \ln(x^2 - 2y)$, 则其定义域为 x 的平方大于 2y。

13. 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{x}{10}\right)^n$ 的收敛半径为 10。

14. $\int_0^1 (2x - \sqrt{x}) dx =$ 1/3。

15. 曲线 $x=t, y=t^2, z=t^3$ 在点 $(1, 1, 1)$ 处的切向量为 (1, 2, 3)。

16. 排列 32514 的逆序数为 5。

17. 设 A, B 为两独立事件, 且 $P(B) = 0.4, P(\bar{A}B) = 0.2$, 则 $P(AB) =$ 0.2。

18. 若 3 阶行列式中第二列元素以此为 1, 2, 3, 其对应的余子式依次为 1, 2, 1, 则该行列式的值为 0。

19. 若 3 阶矩阵 A 的特征值分别为 1, -1, 2, 则 $|A| =$ -2。

20. 若 $\alpha_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\alpha_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$, $\alpha_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ t \end{pmatrix}$ 线性相关, 则 $t = \underline{7}$ 。

三、计算题。

21. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin 3x}{x + \sin 3x}$ 。

$-1/2$

22. 求不定积分 $\int \cos^3 x dx$ 。

$\sin x - 1/3 (\sin x) \text{ 的 } 3 \text{ 次方} + C$

23. 求函数 $u = x^2 + \sin \frac{y}{3} + e^{yz}$ 的全微分。

$du = (2x) dx + (1/3 \cos (y/3) + ze \text{ 的 } yz \text{ 次方}) dy + ye \text{ 的 } yz \text{ 次方}) dz$

24. 设平面过原点及点 $(4, -3, 1)$ 且与平面 $2x - y + 2z = 8$ 垂直, 求此平面方程。

$5x + 6y - 2z = 0$

25. 当 k 取怎样的数值时, 齐次线性方程组 $\begin{cases} kx_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + kx_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 + kx_3 = 0 \end{cases}$ 有非零解?

$k = 1$ 或者 $k = -2$

26. 求向量组 $\alpha_1 = (1, 2, -1, 1)^T$, $\alpha_2 = (2, 0, 3, 0)^T$, $\alpha_3 = (0, -4, 5, -2)^T$,

$\alpha_4 = (3, -2, 7, -1)^T$ 的秩。

2

27. 设 $f(x)$ 偶函数, 且 $f'(0)$ 存在, 证明 $f'(0) = 0$ 。

经证明成立即可。